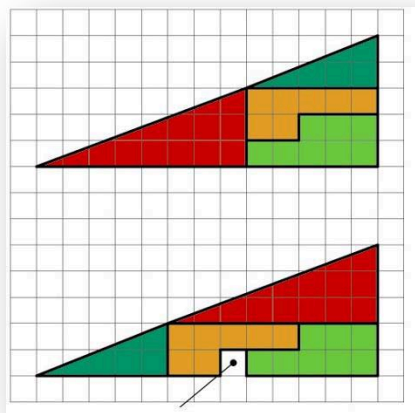


# Perimetro e area

## Isometria e equiestensione



CONSIDERAZIONI DI CARATTERE DIDATTICO  
SCUOLA SECONDARIA II GRADO

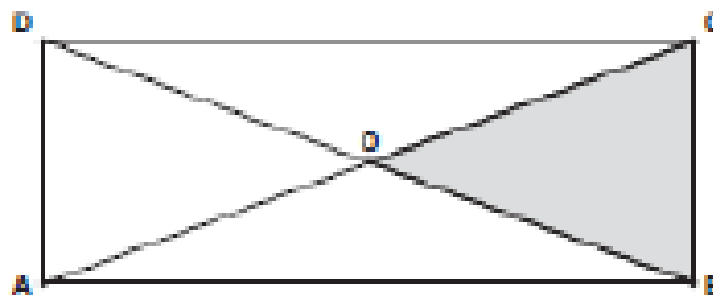
Isabella Stevani – Daniela Gambi  
Tutor Senior Em.Ma. – Tutor [M@t.abel](mailto:M@t.abel)  
AGORÀ MATEMATICO, 2° incontro  
6 MARZO 2013

Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara

# La geometria alla fine del primo ciclo

## Dalla Prova Invalsi 2012 Esame di Stato I ciclo

16. In figura è rappresentato il rettangolo ABCD con le sue diagonali. Se conosci l'area del rettangolo, puoi calcolare l'area del triangolo in grigio?



- A. ☐ No, perché i quattro triangoli di vertice O non sono tutti uguali fra loro
- B. ☐ No, perché non conosco le dimensioni del rettangolo
- C. ☐ Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono equivalenti
- D. ☐ Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono isosceli

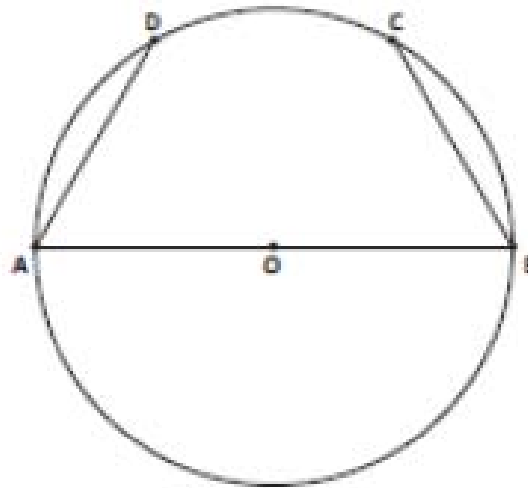
### RISULTATI DEL CAMPIONE

A	B	C	D	Non risponde
26,9	30,8	24,1	16,4	1,6

# La geometria alla fine del primo ciclo

## Dalla Prova Invalsi 2012 Esame di Stato I ciclo

E12. La circonferenza in figura ha il diametro di 10 cm e le corde AD e BC uguali al raggio.



a. Qual è il perimetro del quadrilatero ABCD?

Risposta: ..... cm

b. Giustifica la tua risposta.

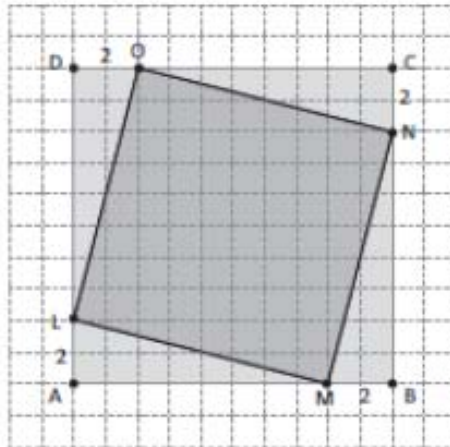
### RISULTATI DEL CAMPIONE

A	B	C	D	Non risponde
44,0	6,4	34,0	14,0	1,5

# La geometria alla fine del primo ciclo

## Dalla Prova Invalsi 2012 Esame di Stato I ciclo

E14. In un quadrato ABCD di lato 10 cm è inscritto un quadrato LMNO. I segmenti DO, CN, BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.

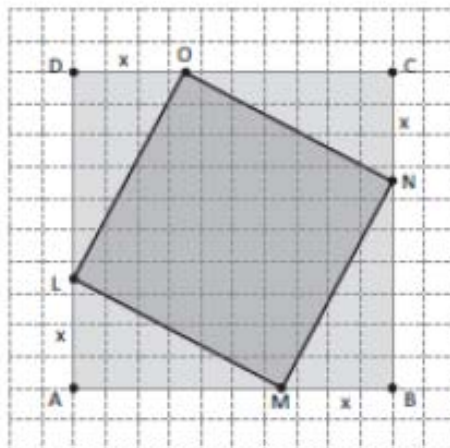


$$DO = CN = BM = AL = 2 \text{ cm}$$

a. Quanto misura l'area del quadrato LMNO?

Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

Immagina ora che i punti L, M, N e O si muovano lungo i lati del quadrato ABCD in modo tale che  $DO = CN = BM = AL = x$ . Al variare di  $x$  varia anche l'area del quadrato LMNO.



$$DO = CN = BM = AL = x$$

b. Per quale tra questi valori di  $x$  l'area del quadrato LMNO diventa minima?

- A. ☐ 1 cm
- B. ☐ 3 cm
- C. ☐ 5 cm
- D. ☐ 8 cm

### RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde
E14a	67,0	24,2	8,6

	A	B	C	D	Non risponde
E14b	14,5	31,8	32,2	16,5	4,8

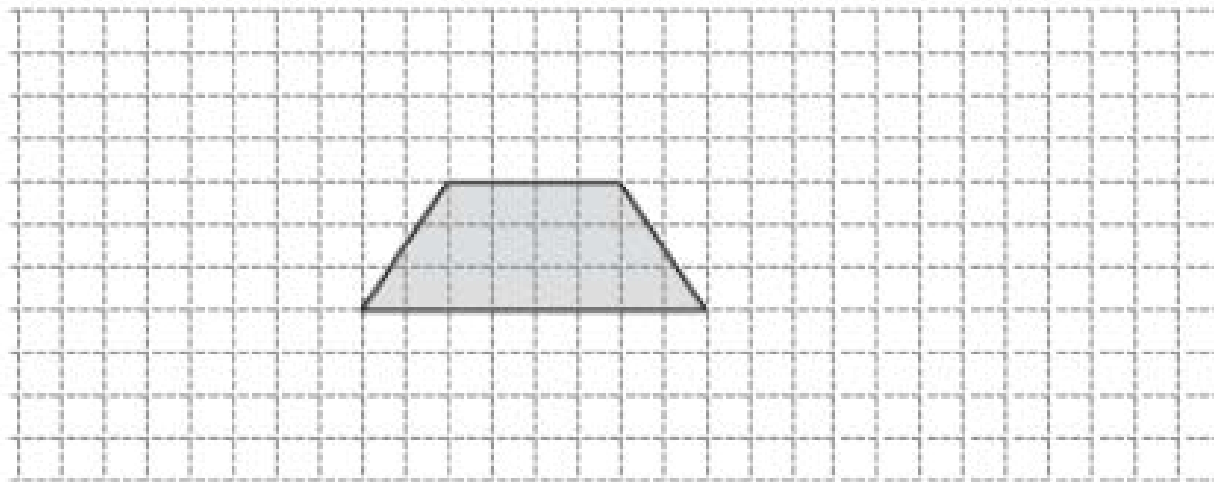
# La geometria alla fine del primo ciclo

## Dalla Prova Invalsi 2012 Esame di Stato I ciclo

E18. Il trapezio che vedi sotto è stato ritagliato da una figura  $F$  più grande. Il trapezio è  $\frac{1}{4}$  della figura  $F$ .



Disegna una delle possibili figure  $F$  da cui il trapezio è stato ritagliato.



### RISULTATI DEL CAMPIONE

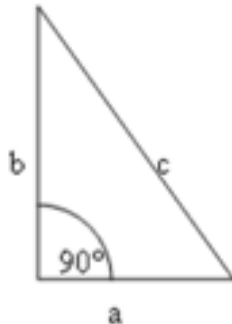
errata	corretta	Non risponde
42,5	30,1	26,9

# La geometria nei test di ingresso delle secondarie di II grado: un esempio ...

**26** Un rettangolo di lati misurano  $a$  e  $b$  è equivalente a un quadrato di lato  $l$ . Qual è la relazione tra  $a$ ,  $b$  e  $l$ ?

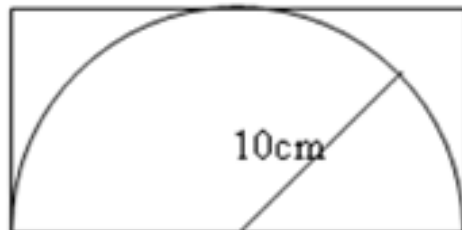
- A.  $l^2 = ab$
- B.  $l = 2ab$
- C.  $2l = a + b$
- D.  $l \cdot l = \frac{a \cdot b}{2}$
- E.  $4l = 2ab$

**29** Quale formula permette di ricavare il lato  $c$  del triangolo in figura?



- A.  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
- B.  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
- C.  $c = \sqrt{(a+b)^2}$
- D.  $c = \sqrt{(b-a)^2}$
- E.  $c = \frac{a \cdot b}{2}$

**30** In un rettangolo è inscritto un semicerchio come in figura. Sapendo che il raggio del cerchio è 10cm, il perimetro del rettangolo misura:



- A. 60cm
- B. 50cm
- C. 40cm
- D. 30cm
- E. 20cm

# La geometria nei test di ingresso delle secondarie di II grado: un esempio ...

- Poco significativa la presenza di quesiti di geometria.
- Prevalenza di approccio simbolico: formule senza richieste relative alle proprietà “osservabili” delle figure

**Dubbio ...**

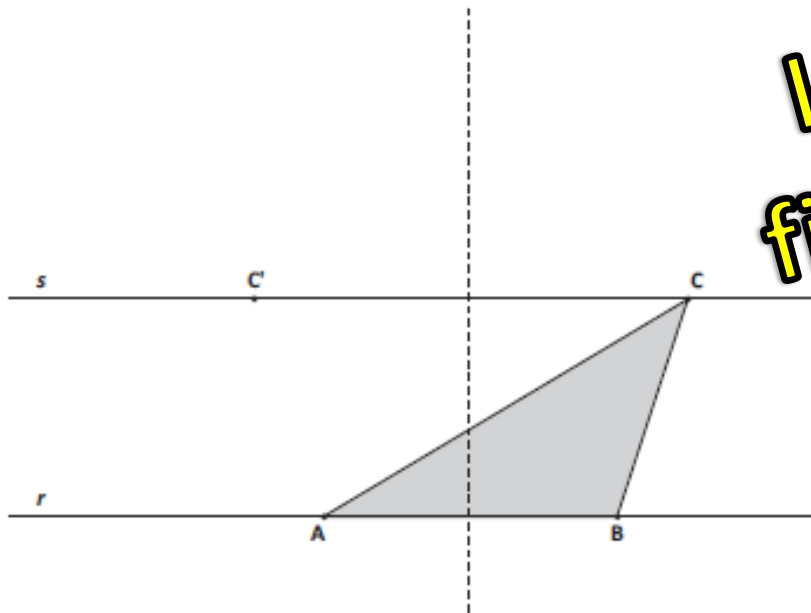


In ambito geometrico, minore esigenza di valutare in ingresso abilità e conoscenze degli studenti da parte del docente del II grado, perché:

- ❖ si ritiene che i prerequisiti ci siano?
- ❖ «tanto ricominciamo da zero con l'assiomatizzazione»?

## Prova Invalsi 2012 II superiore

- D3. ABC è uno degli infiniti triangoli aventi la base AB sulla retta  $r$  e il terzo vertice in un punto qualunque della retta  $s$  parallela a  $r$  e passante per C.



**Individuazione  
figure equiestese**

Fra gli infiniti triangoli descritti sopra, quali hanno la stessa area di ABC?

- A. ☐ Soltanto il triangolo  $ABC'$ , simmetrico di ABC rispetto all'asse di AB
- B. ☐ Soltanto il triangolo isoscele di base AB
- C. ☐ Soltanto il triangolo rettangolo in A e il triangolo rettangolo in B
- D. ☐ Tutti gli infiniti triangoli di base AB

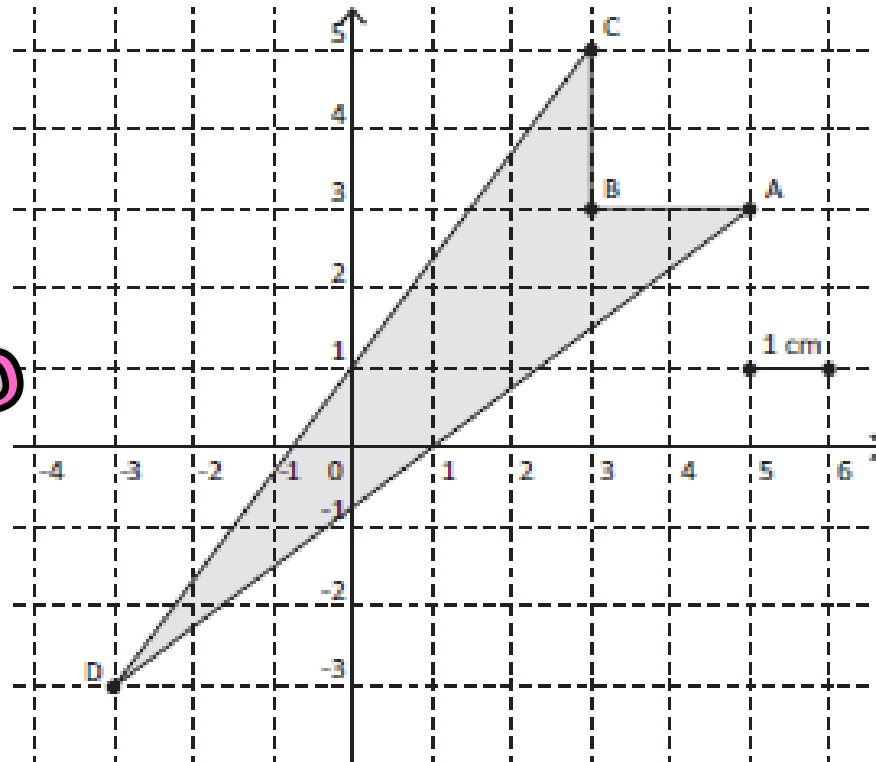


La geometria a fine biennio: ancora poche richieste

## Prova Invalsi fine II superiore

D17. Calcola l'area del quadrilatero ABCD disegnato in figura.

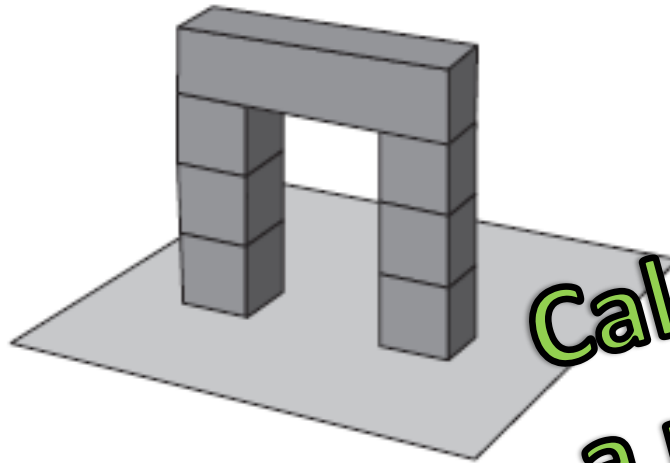
Calcolo area  
su piano  
cartesiano



Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

## Prova Invalsi 2012 II superiore

D22. L'arco mostrato in figura è formato da sei cubi di lato  $L$  e da un parallelepipedo di dimensioni  $L, L, 4L$ .



Si vuole dipingere l'arco; quanto misura la superficie da colorare?

- A. ☐  $42L^2$
- B. ☐  $40L^2$
- C. ☐  $38L^2$
- D. ☐  $36L^2$

Calcolo area  
a partire da  
contesto reale 3D

# Quali richieste a fine biennio?

## Osa nelle indicazioni dei Nuovi Licei

Al termine del percorso didattico lo studente  
avrà approfondito

- i **procedimenti** caratteristici del **pensiero matematico** (**definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, formalizzazioni**),

conoscerà

- le **metodologie elementari** per la costruzione di **modelli matematici** in casi molto semplici ma istruttivi,

saprà utilizzare

- **strumenti informatici di rappresentazione geometrica e di calcolo.**

# Dalle indicazioni per i licei: cosa e come fare geometria nel biennio?

**Cosa?**

Nel primo biennio lo studente acquisirà la **conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano**; approfondirà l'importanza e il significato dei concetti di **postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione, ...**

**Come?**

In coerenza con il modo con cui si è presentato **storicamente**, l'approccio euclideo **non deve essere di natura puramente assiomatica.**

# Dalle indicazioni per i licei: cosa e come fare geometria nel biennio?

## Cosa e come?

Lo studente conoscerà il **teorema di Pitagora** e ne comprenderà sia gli **aspetti geometrici** che le **implicazioni nella teoria dei numeri** (introduzione dei numeri irrazionali) insistendo soprattutto sugli aspetti concettuali.

Lo studente conoscerà le **principali trasformazioni geometriche** (traslazioni, rotazioni, simmetrie, similitudini con particolare riguardo al teorema di Talete) e saprà riconoscere le principali **proprietà invarianti**.

# Dalle indicazioni per i licei: cosa e come fare geometria nel biennio?

Lo studente saprà realizzare costruzioni geometriche elementari sia mediante strumenti tradizionali ... sia mediante **programmi informatici di geometria**.

Sarà in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), **anche utilizzando strumenti informatici** per la rappresentazione dei dati.

# **Strumenti informatici e geometria: un rapporto sempre più stretto**

- ❖ La geometria permette agli studenti di acquisire familiarità con gli strumenti informatici e comprenderne il valore metodologico.
- ❖ Gli strumenti informatici diventano supporto valido sul piano delle strategie didattiche, in quanto “offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici”.
- ❖ L'introduzione e l'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante se introdotta in modo critico, non come mezzo automatico di risoluzione di problemi e in modo da non impedire l'acquisizione di capacità di calcolo mentale.

# Indicazioni Nuovi Licei: contenuti prescrittivi ma autonomia metodologica

- ❖ Esplicitazione dei nuclei fondanti e dei contenuti imprescindibili.
- ❖ Condivisione di patrimonio culturale, ... fondamento comune del sapere che la scuola ha il compito di trasmettere alle nuove generazioni, che dovranno padroneggiare e reinterpretare ...
- ❖ autonomia dei docenti e libertà di integrazione e di progettazione dei singoli istituti
- ❖ libertà di poter progettare percorsi scolastici innovativi e di qualità, senza imposizioni di metodi o di ricette didattiche.
- ❖ rinuncia ai cataloghi onnicomprensivi ed enciclopedici dei “programmi” tradizionali.



# **I CONCETTI DI PERIMETRO E DI AREA:**

## **modalità di approccio e alcuni ostacoli cognitivi**

1. Avvio alla formalizzazione attraverso l'uso delle relazioni di equivalenza
2. Difficoltà nella definizione di area come “caratteristica comune a tutte le figure tra loro equivalenti”.
3. L'isoperimetria viene perlopiù affrontata nel contesto dei problemi di massimo e minimo, risolvibili per via elementare e con gli strumenti dell'analisi, ma nel triennio.
4. Non sempre nella trattazione di ciascuno dei due argomenti il docente cerca di interconnettere isoperimetria ed equiestensione, ma la prima è sempre meno esplorata

# Esempi di difficoltà di approccio con grandezze geometriche e loro misura...

5) Calcola l'area di un triangolo rettangolo la cui ipotenusa è lunga 26 cm e la somma dei cateti vale 34 cm.

$$4x^2 - 36x - x^2 = 5x^2$$

$$\begin{cases} 26 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ 34 = a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 676 = a^2 + b^2 \\ a = 34 - b \end{cases}$$

$$676 = 2b^2 + 34b$$

$$0 = 2b^2 + 34b - 676$$



$$\begin{cases} a_1 = 10 \\ b_1 = 24 \\ a_2 = 24 \\ b_2 = 10 \end{cases}$$

Area 224



DATI  
 $S = 26 \text{ cm}^2$   
 $AC + DB = 16 \text{ cm}$   
 $2P = ?$

$$S = 26 \text{ cm}^2 = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$AC + DB = 16 \text{ cm} = D + d$$

$$26 \cdot 2 = 16 \cdot d = d \cdot D$$

$d, D$  in questo cerchio posto d...

- 1) Figure di ugual perimetro hanno anche la stessa area?
- 2) Figure di ugual area hanno anche lo stesso perimetro?

- 1) Dipende dalle volte
- 2) Dipende dalle volte



Perché se no il perimetro e l'area sarebbero la stessa cosa e non bisognerebbe chiamarli con nomi diversi e fare calcoli diversi per trovarli.

$d$  e  $D$  al meglio e finale

## MATEMATICA C3 - GEOMETRIA

### 8. EQUIESTENSIONE E AREE

# MATEMATICA C3

## E-book gratuito

# MATEMATICAMENTE



Window geometry di midori.no.kerechan  
<http://www.flickr.com/photos/28661972@N05/2751042868/>

#### Indice

► 1. Estensione superficiale.....	166
► 2. Poligoni equivalenti.....	168
► 3. Aree dei principali poligoni.....	176
► 4. Teoremi di Pitagora e di Euclide.....	178
► 5. Applicazioni dei teoremi di Euclide e Pitagora.....	180
► 6. Applicazioni dell'algebra alla geometria.....	183

# Unità 1

## Area

- 1** Poligoni e circonferenze
- 2** La relazione di equiestensione
- 3** Il teorema di Pitagora
- 4** I teoremi di Euclide

**MULTIFORMAT**  
**Maraschini Palma,**  
**Ed. Paravia**

### I PRE-REQUISITI

- Gli assiomi del piano euclideo
- I teoremi di base sulla congruenza dei triangoli, sul parallelismo e sulla perpendicolarità
- I teoremi di base sulla circonferenza

### GLI OBIETTIVI

- Analizzare le proprietà dei poligoni
- Dimostrare e utilizzare il teorema di Pitagora
- Dimostrare e utilizzare i teoremi di Euclide
- Definire l'area di un poligono qualunque

# CONFRONTARE E MISURARE SUPERFICI PIANE

4

## UNITÀ DI APPRENDIMENTO

1. L'equivalenza dei poligoni
2. Grandezze, misure, proporzionalità e area
3. La lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio

## PREREQUISITI

- Triangoli e poligoni
- Il parallelismo e la perpendicolarità
- La circonferenza, il cerchio e le sue parti

## MAPPA CONCETTUALE



**GEOMETRIA**  
**Re Fraschini Grazzi**  
**Ed. ATLAS**



# Mat@bel: esempio di attività per il biennio

## Tassellazioni e tangram

In un contesto di gioco si affrontano:

- **equiestensione ed equivalenza di figure piane**, che si ottengono giustapponendo più moduli diversi variando forma e dimensione;
- **equiestensione e isoperimetria di varie figure geometriche**;
- **costruzione e lettura di semplici formule letterali** per esprimere **le misure dell'area e del perimetro** di figure geometriche composte, in relazione alla lunghezza di alcuni loro elementi lineari;
- **applicazioni del teorema di Pitagora** per ricavare relazioni tra lati di triangoli al fine di risolvere i problemi di cui ai punti precedenti

# Attenzione alla geometria nei Giochi Pristem ...

## Giochi d'Autunno 2012

Da un test che mette in gioco le abilità di osservazione e di riconoscimento di forme geometriche ...

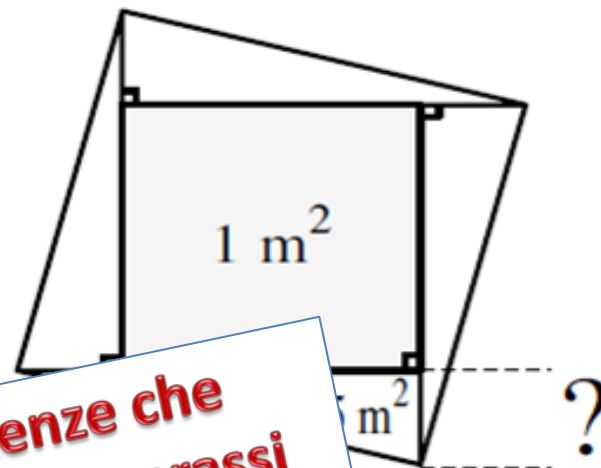
### 11 Il "découpage"

Dividete la superficie in figura, seguendo le linee della quadrettatura, in cinque parti sovrapponibili (eventualmente mediante qualche rotazione).

**Entrano in gioco competenze che normalmente emergono nella prassi ordinaria?**

### 14 Quadrati grandi e quadrati piccoli

Il quadrato grande è stato ottenuto da quello più piccolo (scuro) prolungando i suoi lati di un segmento, come vedete in figura, e poi congiungendo i punti così trovati.



... il lato minore nei quadrati sapendo che l'area del quadrato (scuro) vale  $1 \text{ m}^2$  e che l'area di un triangolo rettangolo è di  $0,5 \text{ m}^2$ ?  
Date la risposta in cm eventualmente sostituendo  $\sqrt{2}$  con 1,414 ;  $\sqrt{3}$  con 1,732;  $\sqrt{5}$  con 2,236 e arrotondando poi il risultato al cm più vicino.

... ad uno che coinvolge l'aspetto «numerico»: aree e formule per ricavare gli elementi di figure piane «notevoli»

# **Eventuali spunti di riflessione: un ponte verso il Laboratorio delle Idee**

- Necessità di ricostruire uno sviluppo più armonico dei contenuti, tenendo conto delle Indicazioni Nazionali con l'utilizzo diverse tipologie di approccio
- Problemi tratti dall'esperienza quotidiana dei ragazzi o da situazioni reali anche non vissute da loro direttamente
- Geogebra: un esempio di strumento informatico che media il passaggio dalla fase di intuizione e manipolazione a quella di formalizzazione e di astrazione

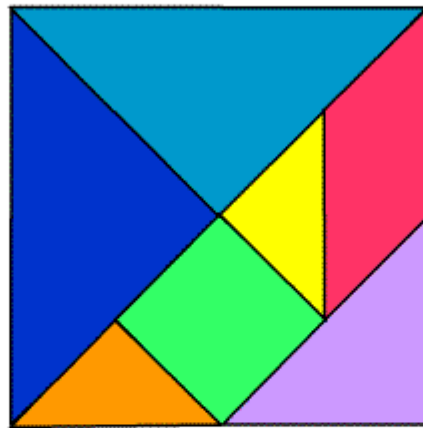


# **Eventuali spunti di riflessione: un ponte verso il Laboratorio delle Idee**

Siamo partite dalla nostra esperienza didattica quotidiana, nei Licei: confrontiamoci sull'approccio agli argomenti scelti con la pratica nei diversi indirizzi di studio della secondaria di II grado.

- Quali priorità?
- Quali ostacoli?
- Quali strategie?
- Quali possibili percorsi interdisciplinari e applicazioni in situazioni reali?

**Approfondiamo  
l'argomento  
nel Laboratorio delle idee**



**Vi aspettiamo il 15 marzo 2013  
al Liceo Ariosto!**