

Agorà ***Matematico***



Università degli Studi di Ferrara Dipartimento di Matematica

A proposito di didattica ...

PERIMETRO E AREA nella Scuola Primaria

dalle INDICAZIONI NAZIONALI PER IL CURRICOLO 2012

MATEMATICA

In matematica [...] è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. [...]

La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale i concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio.

dalle INDICAZIONI NAZIONALI PER IL CURRICOLO 2012

Traguardi di competenza al termine della scuola primaria

- descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli di vario tipo
- utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro e goniometro)

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza

- riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche
- disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta

... conoscere i principali enti geometrici, i concetti (perpendicolarità, parallelismo), le figure geometriche identificando elementi significativi (simmetrie) ...

- determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti
- Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule

... informazioni dalla psicologia ...

Concetti: rappresentazioni ideali di una classe di oggetti o fenomeni

Immagini : rappresentazioni sensoriale di un oggetto o di un fenomeno

... informazioni dalla matematica ...

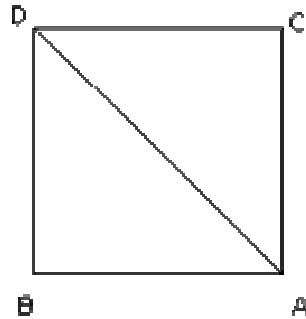
Nei ragionamenti matematici queste due entità non sono così indipendenti.

“una figura geometrica può essere descritta come avente intrinsecamente proprietà concettuali, tuttavia non è un puro concetto , è un’immagine visiva, include la rappresentazione mentale di proprietà spaziali” Fischbein

CONCETTI FIGURALI

Entità mentali che riflettono proprietà spaziali (forma, posizione, grandezza) e qualità concettuali (idealità, astrattezza, generalità)

Quadrato



Come:

🤔 *Spezzata chiusa formata da quattro segmenti dunque una figura lineare (contorno)*

🤔 *Parte del piano racchiusa da quella spezzata, dunque una figura bidimensionale (superficie)*

🤔 **Perimetro** è la misura del contorno non il contorno stesso

🤔 **Area** è la misura della superficie accompagnata da un'opportuna unità di misura, ma non è la superficie stessa

... altre imprecisioni riguardo il perimetro ...

Libri di testo ed insegnanti

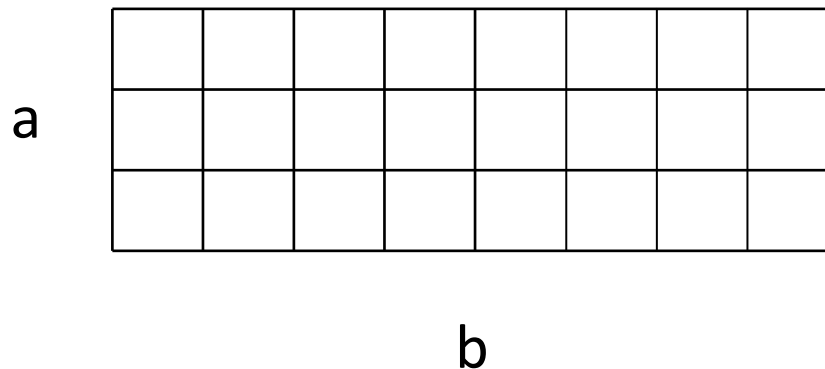
Perimetro del quadrato: $\ell + \ell + \ell + \ell$ oppure $\ell \times 4$

Non si specifica che essendo P una misura anche ℓ è una misura e non il lato stesso, se proprio si vuole esprimere una formula adatta ad ogni poligono

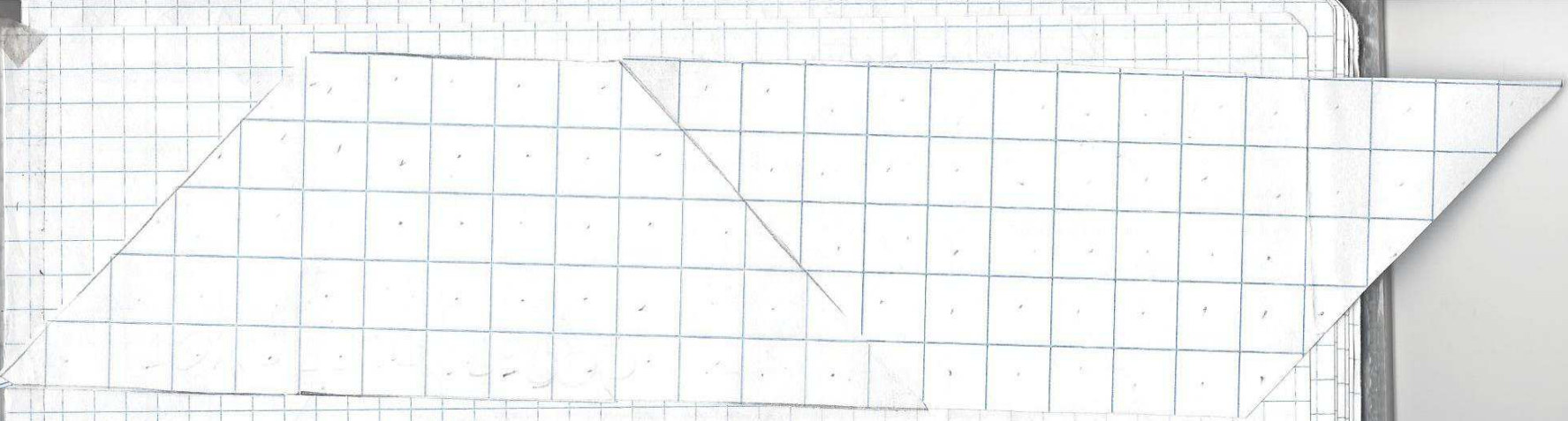
Perimetro del poligono: somma della misura dei lati

... e l'area ...

Le ricerche didattiche hanno accertato la difficoltà degli allievi della scuola primaria di appropriarsi dell'idea di superficie e di conseguenza della sua misurazione. Il calcolo dell'area del rettangolo è sicuramente la più intuitiva, perché vi sono due lati consecutivi di misura “a” e “b” quindi non è complesso accettare che l'area corrisponda alla “quadrettatura” o “pavimentazione” del rettangolo, ovvero l'insieme dei quadretti intesi come superficie.



Classe 5^a Scuola Primaria Dogato a. s. 2011/2012

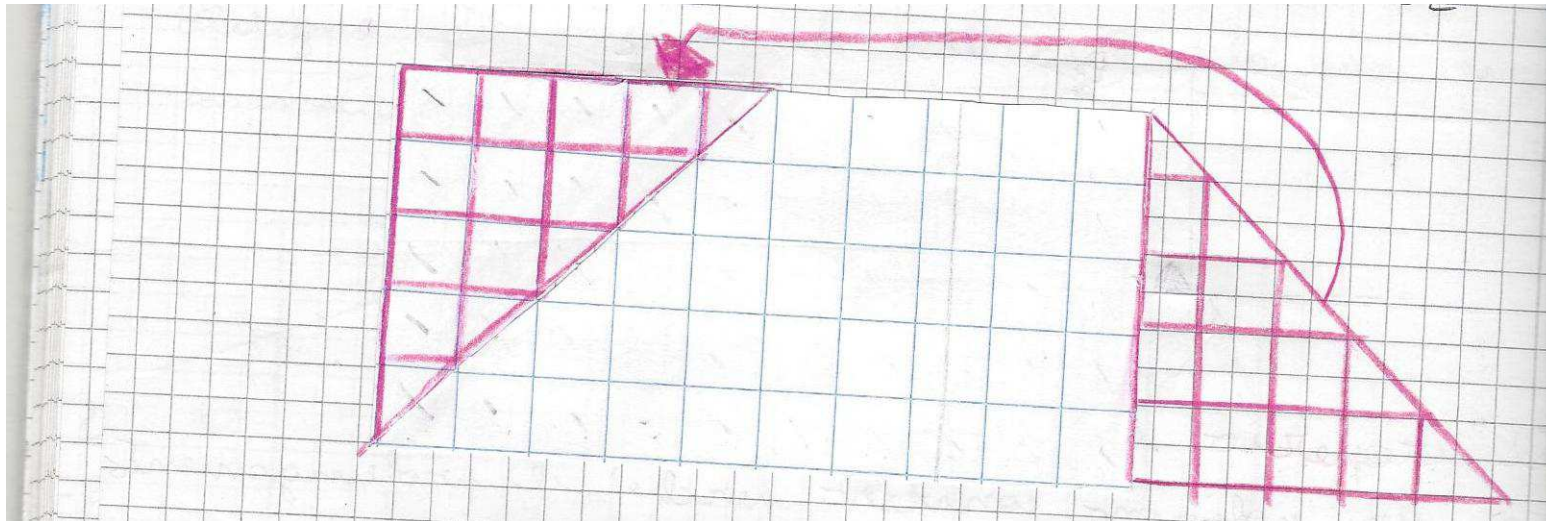

$$A = [(B+b) \times h] : 2 =$$

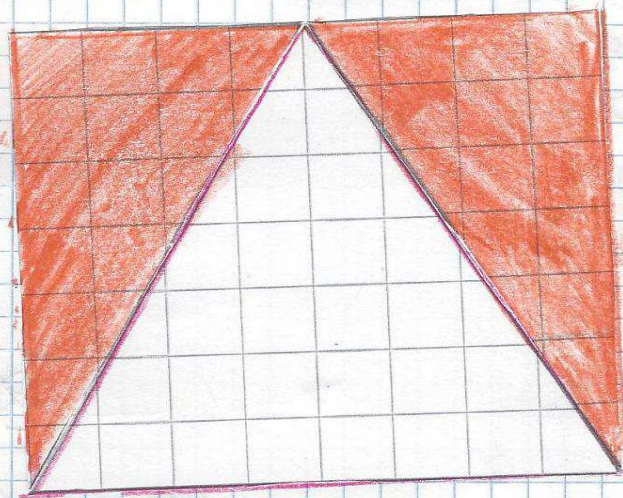
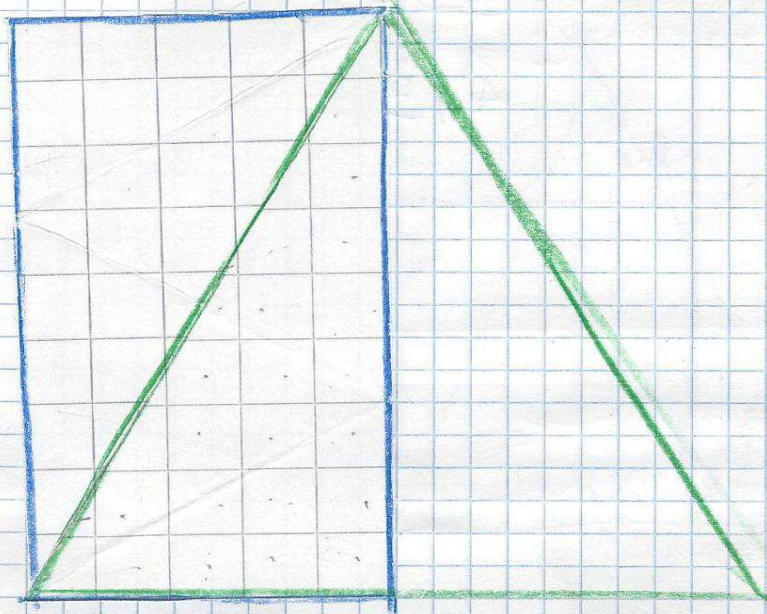
$$[(15+5) \times 5] : 2 =$$

$$[20 \times 5] : 2 =$$

$$100 : 2 = 50$$

Classe 5^a Scuola Primaria Dogato a. s. 2011/2012





$$a = (l \times h) : 2 =$$

$$\text{cm}^2 (8 \times 7) : 2 =$$

$$\text{cm}^2 56 : 2 = \text{cm}^2 28$$

AA. VV

“Poster in giro tra i
saperi” Giunti

UNITÀ 3
LE AREE



CALCOLARE AREE

L'area dei poligoni

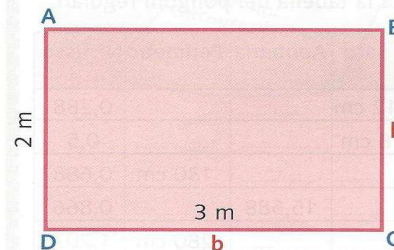
Per realizzare una bandiera Marta acquista una tela speciale che viene venduta a metri quadrati. Quanti metri quadrati di tela dovrà acquistare sapendo che la bandiera ha le dimensioni che vedi nel disegno qui sotto?

RAGIONIAMO INSIEME

L'area del rettangolo

- L'area del rettangolo si calcola $A = b \times h$.
- Marta dovrà quindi acquistare $3 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$ di tela.
- Se conosci l'area del rettangolo e un lato puoi trovare l'altro lato usando la formula inversa:

$$h = A : b \quad \text{oppure} \quad b = A : h$$



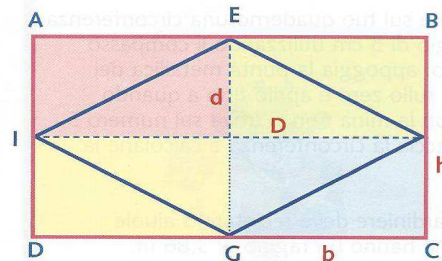
L'area del rombo e del parallelogramma

- L'area del rombo EFGI misura la metà dell'area del rettangolo ABCD. La base del rettangolo corrisponde alla misura della diagonale maggiore (D) mentre l'altezza del rettangolo corrisponde alla misura della diagonale minore (d)

quindi l'area del rombo sarà: $A = (D \times d) : 2$

- Puoi anche ricavare le formule inverse:

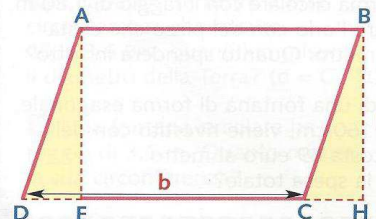
$$D = (A \times 2) : d \quad \text{oppure} \quad d = (A \times 2) : D$$



- Per calcolare l'area del parallelogramma ABCD puoi trasformarlo in un rettangolo equivalente con la stessa base e la stessa altezza.

Quindi, per trovare l'area, calcola: $A = b \times h$

- Le formule inverse sono le stesse di quelle del rettangolo.



L'area del triangolo

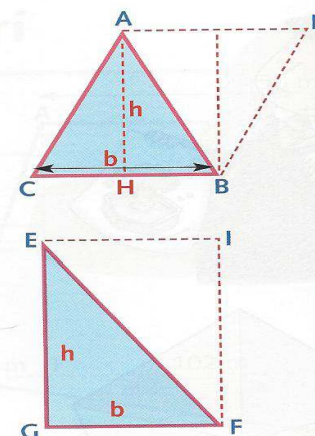
Per calcolare l'area di un triangolo trasformalo in un parallelogramma, o in un rettangolo, che abbia la stessa base e la stessa altezza ma l'area doppia rispetto al triangolo.

- Quindi, per conoscere l'area del triangolo, dovrai

calcolare: $A = (b \times h) : 2$

- Puoi usare anche le formule inverse:

$h = (A \times 2) : b$ oppure $b = (A \times 2) : h$



L'area del trapezio

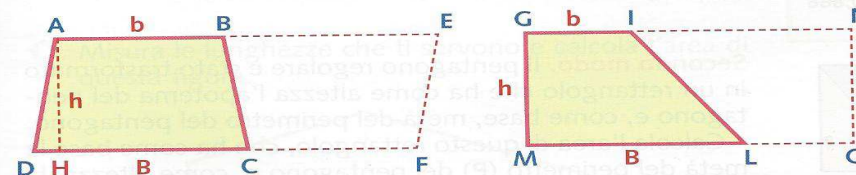
Per calcolare l'area di un trapezio trasformalo in un rettangolo o in un parallelogramma che hanno:

- come base la somma delle basi (B e b) del trapezio;
- l'altezza del trapezio;
- un'area doppia rispetto a quella del trapezio.

Quindi: $A = [(B + b) \times h] : 2$

- Anche in questo caso puoi ricavare le formule inverse:

$B + b = (A \times 2) : h$ $h = (A \times 2) : (B + b)$



ESERCIZI

1 Calcola l'area di un rombo sapendo che la diagonale maggiore misura 13,5 cm e quella minore misura 8 cm.

2 Calcola l'altezza di un trapezio sapendo che è esteso 15 m² e che la somma delle basi misura 8 m.



RICORDA

Poligono	Formula per calcolare l'area	Formule inverse	
Rombo	$A = (D \times d) : 2$	$D = (A \times 2) : d$	$d = (A \times 2) : D$
Rettangolo / Parallelogramma	$A = b \times h$	$b = A : h$	$h = A : b$
Quadrato	$A = \ell \times \ell$		
Triangolo	$A = (b \times h) : 2$	$b = (A \times 2) : h$	$h = (A \times 2) : b$
Trapezio	$A = [(B + b) \times h] : 2$	$h = (A \times 2) : (B + b)$	$B + b = (A \times 2) : h$


AA. VV.

“Galileo” Ed. Isaperi

MATEMATICA

Misurare le figure piane

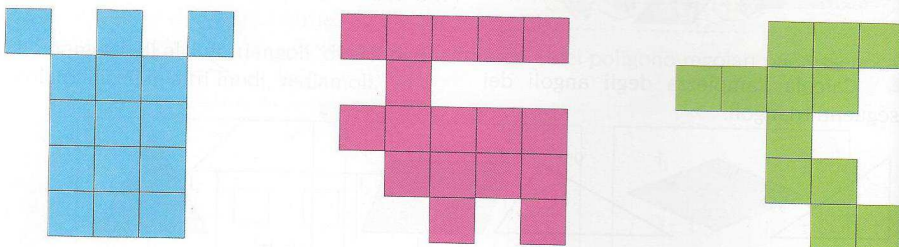
L'area




Osserva cosa sta facendo Lucia. Sta verificando quante volte il suo diario è contenuto nella sua scrivania.


In questo modo Lucia sta misurando la sua area utilizzando come unità di misura il suo diario. L'area, infatti, è la misura di una superficie che, in questo caso, è quella della scrivania.


Roberto, invece, ha trovato tanti fogli quadrati colorati della stessa dimensione ed ha costruito queste figure.




Per la prima ha utilizzato 15 fogli, per la seconda 17 mentre per la terza 12. Quanto misurano le aree delle tre figure se prendiamo come unità di misura un singolo foglio?

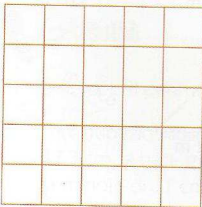
La prima ha un'area di 


La seconda ha un'area di 


La terza ha un'area di 

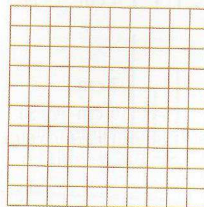



Ora disegna due figure simili a quelle disegnate da Roberto e, in base alle unità di misura indicate, scrivi il valore delle loro aree.




Unità di misura: 

Area = 



Unità di misura: 

Area = 

78

Acquisire il concetto di area come misura della superficie

Libri di testo e insegnanti ...

😬 **eccesso registri semiotici non condivisi:**

b a volte sta per *base* e altre volte per la misura della stessa

h è l'altezza ed è collocata in una posizione precisa

😬 **obbligo di trasformare tutto in formule (dirette e inverse)**

sarebbe opportuno dare la possibilità agli allievi di maneggiare le figure e le loro trasformazioni: equiscomponibili \longrightarrow equiestesi

😬 **libri di testo quali contenitori di teoremi ed esercizi**

dovrebbero essere strumenti per il lavoro inteso come sforzo di ricerca e comprensione

Isoperimetria ed equiestensione

*Le ricerche in didattica della matematica hanno messo in evidenza come studenti fino ai 12 anni non accettano **al variare della forma** l'invarianza della superficie.*

Convinzioni e scelte didattiche dell'insegnante possono influire?

- 🙄 *scelta fissa di poligoni convessi*
- 🙄 *l'unica differenza tra perimetro e area è l'unità di misura (linerare o di superficie)*
- 🙄 *scelta di situazioni didattiche piuttosto che adidattiche*

... INVALSI ...

Prova di matematica Classe Quinta Anno Scolastico 2011 - 2012

D14. Osserva le seguenti figure.

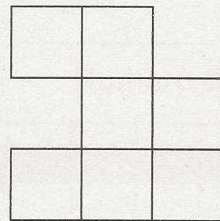


Figura 1

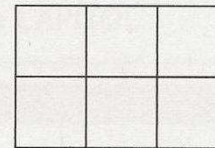


Figura 2

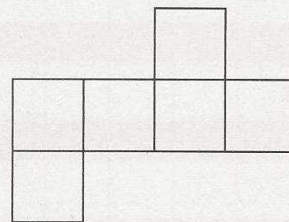


Figura 3

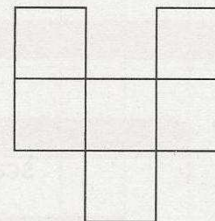


Figura 4

Quale di queste affermazioni è vera?

- A. ☐ Le figure 1, 3, 4 hanno la stessa area
- B. ☐ Le figure 3 e 4 hanno la stessa area e lo stesso perimetro
- C. ☐ Le figure 2, 3, 4 hanno lo stesso perimetro
- D. ☐ Tutte le figure hanno lo stesso perimetro

AA. VV.

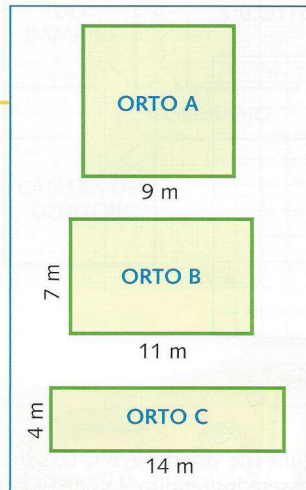
“Poster in giro tra i saperi”

Giunti



Laboratorio

Relazione fra perimetro e area



Il papà di Andrea vuole acquistare un orto. Un'agenzia gli propone i tre orti che vedi disegnati a lato, allo stesso prezzo. Qual è l'orto più conveniente?

RAGIONIAMO INSIEME

- Per calcolare qual è l'orto più conveniente devi conoscere la misura delle aree.

Orto A → m x m = m²

Orto B → m x m = m²

Orto C → m x m = m²

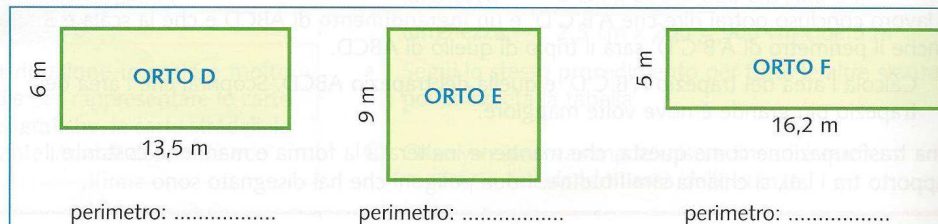
È più conveniente l'orto quadrato (A) perché, a parità di prezzo, ha l'area maggiore.

- Calcola il perimetro degli orti:

Orto A → m Orto B → m Orto C → m

Pur avendo aree diverse, gli orti hanno tutti lo stesso perimetro, sono quindi isoperimetrici ma non equiestesi.

- Calcola adesso i perimetri di questi orti equiestesi e scopri qual è il poligono che ha il perimetro minore.



- Il poligono ha il perimetro minore.

Fra tutti i rettangoli isoperimetrici quello con l'area maggiore è il quadrato, mentre fra tutti i rettangoli equiestesi quello con il perimetro minore è il quadrato.

- Disegna 3 rettangoli equiestesi tra cui un quadrato con l'area di 36 cm². Calcola i perimetri e scopri qual è quello con il perimetro minore.

- Disegna 5 rettangoli isoperimetrici tra cui un quadrato con il perimetro di 28 cm. Calcola le aree e scopri qual è quello con l'area maggiore.

Relazioni tra le figure

MATEMATICA



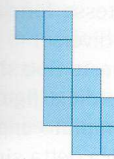


Figure congruenti, equivalenti e isoperimetriche


Consideriamo alcuni poligoni e mettiamoli in relazione tra di loro, utilizzando come unità di misura della superficie un quadratino (■) mentre per il perimetro un suo lato (—).



A



B




C


I tre poligoni hanno:

- la stessa forma;
- la stessa area perché sono formati dallo stesso numero di quadrati;
- lo stesso perimetro.


I tre poligoni si dicono **congruenti**; infatti se li sovrapponiamo coincidono perfettamente.



A



B




C


I tre poligoni hanno:

- forma diversa;
- la stessa area, perché sono formati dallo stesso numero di quadrati.

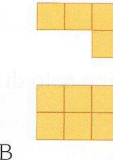
I tre poligoni si dicono **equivalenti** o **equiestesi**.



A



B



C

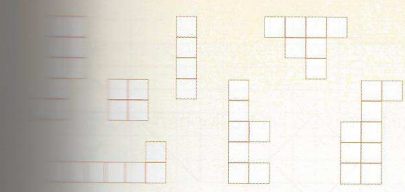
I tre poligoni hanno:

- forma diversa;
- l'area diversa, perché sono formati da un numero diverso di quadrati;
- lo stesso perimetro.

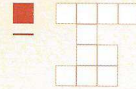
I tre poligoni si dicono **isoperimetrici**.

I poligoni congruenti sono quindi equivalenti e isoperimetrici.


1 Tra le seguenti figure individua quelle equivalenti e quelle isoperimetriche. Ci sono figure congruenti?




2 Misura l'area e il perimetro delle seguenti figure usando il quadratino e il suo lato come unità di misura.



A =
P =



A =
P =



A =
P =

3 Sul quaderno disegna due figure equivalenti, due isoperimetriche e due congruenti.

AA. VV. "Galileo" Ed. Isaperi

- 11** Carlotta cuce insieme 30 pezzi di stoffa quadrati per fare una coperta. Se ogni pezzo misura 25 cm di lato, quanto sarà l'area della coperta?
- 12** Il nonno possiede un piccolo giardino a forma di parallelogramma. La base è lunga 5,8 m, l'altezza 2,7 m e il lato obliquo misura 32 dm. Calcola l'area ed il perimetro del giardino.
- 13** Si vuole ricoprire una superficie di 60 m^2 con delle piastrelle quadrate che hanno un perimetro di 160 cm. Quante piastrelle occorreranno?

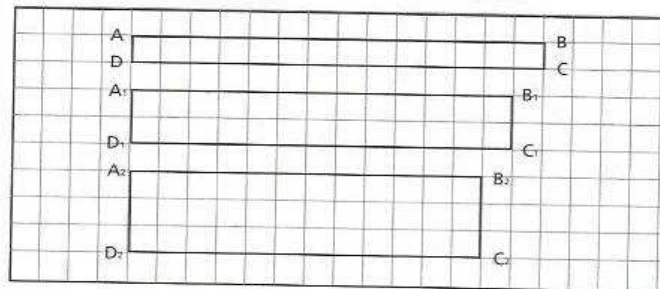
Le guide Giunti Scuola

“Matematica classe 4”

Percorso 7 PERIMETRO E AREA

2. In un rettangolo...

Procuriamoci tanti pezzi di spago (lungo 30 cm) quanti sono gli alunni e annodiamo ciascuna cordicella alle estremità: una volta distribuiti agli alunni, chiediamo a ciascun bambino di tendere lo spago tra le mani in modo da formare un rettangolo. Osserviamo i lavori domandando se le figure ottenute sono uguali.



Facciamo notare che avvicinando le dita e allo stesso tempo allontanando le mani si possono formare rettangoli diversi, con basi e altezze diverse.

Tutti i rettangoli che abbiamo “costruito” hanno lo stesso perimetro? Ascoltiamo le ipotesi dei bambini verifichiamole utilizzando il geopiano. Disponiamo lo spago attorno ai chiodi del geopiano, costruiamo i vari rettangoli e misuriamo il perimetro utilizzando come unità di misura il lato quadretto del geopiano.

Di volta in volta rappresentiamo su carta quadrettata ciascuna situazione e calcoliamo la misura del perimetro in centimetri.

Possiamo affermare che i rettangoli sono isoperimetrici perché il loro contorno ha sempre la stessa misura (e d'altronde è sempre lo stesso pezzo di spago!). Ma i rettangoli formati hanno anche la stessa area? Quale ha l'area maggiore o minore?

Riprendiamo lo spago e formiamo vari rettangoli: sembra che ciò che perde l'altezza sia acquisito dalla base, ma... se continuiamo ad avvicinare le dita, il rettangolo diventa sempre più sottile.

Ascoltate le ipotesi degli alunni, procediamo completando una tabella simile a questa:

Base	Altezza	Area in cm quadrati
1 cm	14 cm	14
2 cm	13 cm	26
3 cm	12 cm	36
4 cm	11 cm	44
7 cm	8 cm	56
8 cm	7 cm	56
9 cm	6 cm	54
14 cm	1 cm	14
15 cm	0 cm	0

... i laboratori ...

1. consegnare una serie di quadrilateri diversi (rombo, rettangolo, parallelogrammo e quadrato) isoperimetrici “Quale avrà l’area maggiore?” La stessa domanda si può utilizzare per triangoli diversi
2. consegnare poligoni tutti regolari (quadrato, triangolo, esagono) isoperimetrici e chiedere di misurare l’area e le conseguenti osservazioni
3. al variare della forma cambia la misura della superficie

G



!